

**2. Klausur 12/II (Q1.2) (A)**

Dauer: 180 Minuten (insges. 220 Punkte)

Name: www.r-krell.de

Hilfsmittel: Taschenrechner Casio fx-CG 20 o.ä., Formelsammlung „Das gr. Tafelwerk..“ (Cornelsen)

\* *Achte auf sorgfältige Darstellung mit vollständigem, nachvollziehbarem Lösungsweg!* \***1** Hypothesentests (67 Punkte)

- a) [4x4=16 P] Nenne für die folgenden Situationen nur jeweils die (naheliegende) Vermutung  $H_1$ , die Nullhypothese  $H_0$  und gib an, wo der Ablehnungsbereich der Nullhypothese ist (z.B. „links, d.h.  $X \leq k$ “) – es ist keine Rechnung oder Begründung nötig!
- Bisher hatte der Tiefkühlanbieter „Eisfrau“ einen Marktanteil von 27 %. Leider wurde in letzter Zeit viel über angeblich angetaute Waren in der „Eisfrau“-Kühlkette berichtet.
  - Seit längerem erreicht die Partei XYZ nur eine Zustimmung von 21 %. Verschiedene Spitzenkandidaten versuchen deshalb, mit lauten Auftritten vermutete Publikumswünsche zu bedienen oder den alten Markenkern der Partei zu beschwören.
  - Bisher haben 65 % der Besucher eines Online-Mathetutorials die Seite geliked. Jetzt wurde das Layout verbessert und wurden noch mehr Schritt-für-Schritt-Anleitungen ins Netz gestellt.
  - Laut Umfragen wollen 36 % der Spielkonsolenbesitzer das neue Spiel MX3 kaufen. Kurz vor Verkaufsbeginn startet der Hersteller noch eine Werbekampagne.
- b) [9+3=12 P] Es wird vermutet, dass sich mehr als ein Zehntel der Japantag-Besucher von den angebotenen ‚Free Hugs‘ eher abgestoßen fühlen. Nenne  $H_1$  und  $H_0$  und stelle die Entscheidungsregel auf für einen Test mit 8 % Irrtumswkt. bei 50 Befragten. Gib außerdem an, wie entschieden wird, wenn bei der Befragung (1) vier, (2) sechs, (3) acht oder (4) zehn Personen abgestoßen waren.
- c) [14+3=17 P] Angeblich hatten früher 30 % aller Schülerinnen und Schüler am Tag vor einer Mathe-Klausur Bauchschmerzen. Eine neue Umfrage an 25 Schüler(inne)n soll klären, ob das immer noch so ist, oder ob sich der Anteil der von Bauchschmerzen Geplagten verändert hat. Plane den Test mit einer Irrtumswkt. von 12 % und gib an, wie entschieden wird, wenn (1) zwei, (2) vier, (3) elf oder (4) zwölf der Befragten zugeben, vor der Klausur Bauchschmerzen zu haben.
- d) [22 P] Wieso soll es bei einem Test eigentlich darauf ankommen, welche Vermutung der Testleiter vorher hatte? Die Befragten kennen die Vermutung doch nicht und antworten auf die Frage „Sollen Temposünder stärker bestraft werden?“ unabhängig davon, ob der Versuchsleiter vermutet hat, dass  $H_{1A}: p > 0,6$  oder  $H_{1B}: p < 0,6$  gilt, d.h. ob mehr oder weniger als 60% der Autofahrer für schärfere Strafen sind. Gib für beide Richtungen A und B jeweils die Nullhypothese eines einseitigen Tests an und ermittle die Entscheidungsregeln für beide Tests an  $n=50$  Personen mit 7 % Irrtumswkt. Begründe dann den Einfluss der Vermutung auf die Entscheidung bei verschiedenen, von dir erfundenen Testergebnissen.

**2** Normalverteilung (64 Punkte)

- a) [24+4=28 P] Für einen 2-seitigen Test der Nullhypothese „ $H_0: p = 0,45$ “ einer binomialverteilten Größe  $X$  bei einem Stichprobenumfang von 247 und einer Irrtumswkt. von 10 % müssen die beiden Teile des Ablehnungsbereichs durch  $P(X \leq k_1) \leq 0,05$  und  $P(X > k_2) \leq 0,05$  bestimmt werden. Benutze die Formel von deMoivre/Laplace, bestimme nachvollziehbar  $k_1$  und  $k_2$  mit Hilfe der Normalverteilungstabelle und gib die Entscheidungsregel in Textform an. Prüfe außerdem mit **BinomialCD(k, n, p)** vom Taschenrechner, ob die näherungsweise gefundenen  $k_1$  und  $k_2$  wirklich die Bedingungen  $P(X \leq k_1) \leq 0,05$  und  $P(X > k_2) \leq 0,05$  erfüllen [Notiere dazu die vom Taschenrechner gelieferten binomialen Wahrscheinlichkeiten  $P(X \leq k_1)$  und  $P(X > k_2)$ ].

- b) [10 P] Bei Fertigpackung mit 200 g Schokoladennüssen muss der Hersteller im Mittel wirklich 200 g einfüllen. Es sind aber Gewichtsabweichungen erlaubt, wobei höchstens 2 Prozent der Packungen nur 191 g (= 200 g – 4,5%) oder noch weniger enthalten dürfen. Bestimme die maximal erlaubte Standardabweichung  $\sigma$  beim Füllen der Packungen!
- c) [23+3=26 P] Eine Gerichtsshow im Fernsehen macht erst richtig Spaß, wenn sich mindestens 4 Beteiligte vor laufenden Kameras unflätig beschimpfen. Der Sender weiß, dass von den Eingeladenen im Mittel nur 37 % bereit sind, ungehemmt zu schimpfen. Berechne näherungsweise, wie viele Leute der Sender mindestens ins Studio holen muss, damit sich mit mindestens 96-%-iger Sicherheit wenigstens 4 Leute beschimpfen. Gib außerdem kurz an, was in diesem Zusammenhang 96-%-ige Sicherheit bedeutet.

3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten (89 Punkte)

- a) Eine Bäckerkette backt an drei verschiedenen Orten: 40 % der Brötchen kommen vom Backort A, 28 % vom Backort B und der Rest der Brötchen wird am Backort C gebacken. Die Brötchen können hell oder dunkel ausfallen: 70% der in A gebackenen Brötchen sind hell, 80% der in B gebackenen Brötchen sind hell, und 25% aller Brötchen sind dunkel.
- a1) [12 P] Stelle am besten eine 6-Felder-Tafel mit Rand auf oder zeichne einen vollständig beschrifteten Baum.
- a2) [14 P] Notiere die richtige Bezeichnung (in der Form  $P(X)$ ,  $P_X(Y)$  oder  $P(X \cap Y)$ ) und berechne unter Verwendung der Werte aus a1):
- (1) die Wkt., dass ein Brötchen der Bäckerkette hell ist
  - (2) die Wkt., dass ein zufällig gewähltes Brötchen gleichzeitig hell und vom Backort A ist
  - (3) die Wkt., dass ein helles Brötchen (=ein Brötchen, von dem man schon weiß, dass es hell ist) vom Backort B kommt. Nenne dabei die verwendete Bayes-Formel!
  - (4) die Wkt., dass ein Brötchen vom Backort C hell ist
  - (5) die Wkt., dass ein Brötchen, das nicht vom Backort B kommt, dunkel ist
- a3) [2 P] Ermittle, ob Backort und Helligkeit der Brötchen stochastisch (un-)abhängig sind
- b) Zum Glück sind nur 3 % der in Deutschland wachsenden Pilze giftig. Ein selbsternannter Experte erkennt 96 % der giftigen Pilze als giftig (aber hält 4 % der Giftpilze für harmlos). Von den ungiftigen Pilzen hält der Experte irrtümlich 15 % für giftig und 85 % richtigerweise für harmlos.
- b1) [8 P] Stelle eine 4-Felder-Tafel mit Rand auf oder zeichne einen voll beschrifteten Baum.
- b2) [10 P] Notiere die richtige Bezeichnung und berechne unter Verwendung der Werte aus b1):
- (1) die Wkt., dass der Experte einen beliebigen vorgelegten Pilz für giftig hält
  - (2) die Wkt., dass ein vom Experten als giftig benannter Pilz wirklich giftig ist
  - (3) die Wkt., dass ein vom Experten als harmlos bezeichneter Pilz wirklich nicht giftig ist

- c) Die Statistik der letzten Jahre liefert für eine schlimme Krankheit folgende Patientenzahlen:

	Krankenhaus A	Krankenhaus B	insgesamt
geheilt	434	591	
nicht geheilt	87	199	
insgesamt			

- c1) [2 P] Fülle die leeren Ränder (Summen-Spalten bzw. -zeilen)!
- c2) [10 P] Zeichne einen Baum (erste Verzweigung A / B, dann geheilt / nicht geheilt) und beschrifte vollständig mit den Wahrscheinlichkeiten (alle Teilstücke als Brüche und als Dezimalzahlen; bei den Pfaden reichen Dezimalwerte)

- c3) [8 P] Berechne
- (1) insgesamt die Heilungschancen (in % oder als Kommazahl) für diese Krankheit
  - (2) die Wkt., dass ein Patient im Krankenhaus A geheilt wird (d.h. die Wkt., dass ein Patient, von dem man weiß, dass er in A behandelt wird, geheilt wird)
  - (3) die Wkt., dass ein Patient in B geheilt wird.
  - (4) die Wkt., dass ein geheilter Patient aus Krankenhaus A kommt
- c4) [4 P] Beantworte auch, ob die Wahl des Krankenhauses und die Heilungsaussichten stochastisch (un-)abhängig sind und in welches Krankenhaus du lieber gehen würdest, wenn du diese Krankheit kriegst.
- c5) Du findest noch eine detailliertere Tabelle zu den Patienten in beiden Krankenhäusern:

Krankheit bzw. Patient		Krankenhaus A	Krankenhaus B
leichter Fall	geheilt	310	150
	nicht geheilt	11	4
schwerer Fall	geheilt	124	441
	nicht geheilt	76	195

- (1) [2 P] Begründe, ob diese Tabelle zu der vor c1) passt.
- (2) [12 P] Berechne getrennt für die leichten und die schweren Fälle die Heilungsaussichten in beiden Krankenhäusern. Welches Krankenhaus ist jeweils besser?
- (3) [2 P] Entscheide nochmal begründet, in welches Krankenhaus du lieber gehen würdest.
- (4) [3 P] Versuche, den Widerspruch zwischen c3)(2)&(3) bzw. c4) einerseits und c5)(2) bzw. c5)(3) andererseits kurz aber anschaulich zu erklären



BRUNNEN  
www.brunnen.de